

# 物 理

## 1. 以下の文章中の (ア) ～ (ケ) に適切な式, または数値を記入しなさい。

水平な床の上に質量  $2m$  の台が置かれていて, 台の上面を質量  $m$  の小球がすべる。台の上面は, 円筒面の一部を 2 つつなぎ合わせた曲面であり, その鉛直平面内での断面図は図 1 のようになる。断面図において台の上面は, 直角の中心角をもつ半径  $R$  の円弧 2 つが点 P でなめらかに接続された曲線をなす。点 P は 2 つの円弧中心 (下側を O とし, 上側を O' とする) を結ぶ線分 OO' の中点にあり, 線分 OO' は床に垂直である。小球と台は, 紙面に垂直な方向には運動しない。小球と台の間に生じる摩擦, 床と台の間に生じる摩擦, および空気抵抗の影響は無視できる。鉛直下向きの重力加速度の大きさを  $g$  とする。

(1) 図 1 のように, 台が床に固定されているとする。点 P から高さが  $\frac{R}{8}$  だけ高い曲面上の点 A に小球を静かに置くと, 小球は曲面に沿ってすべり始め, 点 P の位置で小球の速さは (ア) となる。その後, 小球は曲面から離れることなく円運動をし, 下部円弧上の点 Q に達する。角 POQ の余弦 (コサイン) は  $\frac{7}{8}$  である。点 Q における小球の向心加速度の大きさは (イ) であり, 小球が受ける垂直抗力の大きさは (ウ) である。小球は点 Q を過ぎた後もすべり続け, やがて曲面から離れた。曲面から離れた瞬間の小球の速さは (エ) である。

(2) 次に, 図 2 のように台の固定を外し, 台の底面全体が床から離れることなく, なめらかに動けるようにした。静止した台上の点 A に小球を静かに置くと, 小球は曲面に沿ってすべり始め, やがて点 P に達した。このとき床から見た台の速さは (オ) であり, 床から見た小球の速さは (カ) である。

(3) 再び, 図 2 のように床の上でなめらかに動ける状態のまま, 台を静止させた。今度は点 P から小球を静かにすべらせたところ, 小球は曲面から離れることなく, やがて角 POS が  $30^\circ$  の点 S に達した。以下では, この瞬間を考える。台についての運動方程式を用いると, 床から見た台の加速度の大きさは, 小球が台から受ける垂直抗力の大きさと (キ) の積とわかる。また, 運動量保存則を用いると, 台から見た小球の速さは, 床から見た台の速さの (ク) 倍であることがわかる。さらに, 力学的エネルギー保存則を用いると, 台から見て円運動している小球の向心加速度の大きさは (ケ) であることがわかる。

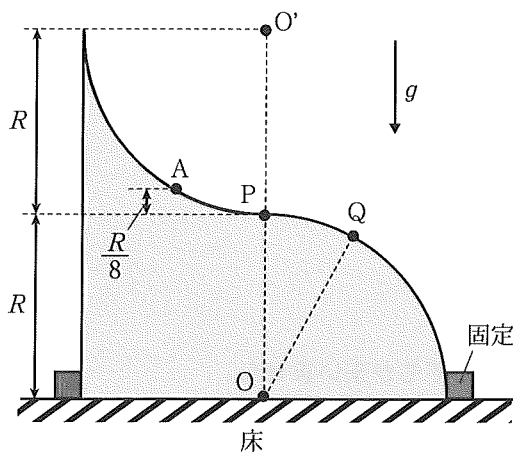


図 1

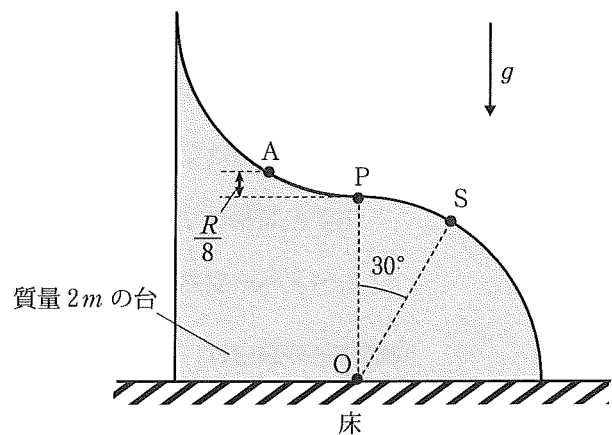


図 2

## 2. 以下の文章中の (ア) ～ (ク) に適切な式を記入しなさい。

図1のように、水平な床に固定された絶縁体の斜面の上に、2本のまっすぐな導体レールを間隔  $L$  で平行に固定する。2本のレールがなす平面（レール面）と床面がなす角度は  $30^\circ$  である。レール面では、レール面に対して垂直で上向きに一樣な磁束密度（大きさ  $B$ ）の磁場がかかっている。レールの端点 X, Y は、図2の回路の端子 X, Y にそれぞれ接続されている。回路は、電気抵抗  $R$  の抵抗器、電気容量  $C$  のコンデンサー、起電力  $E$  の電池、スイッチ  $S_1$  と  $S_2$  からなる。抵抗器以外の電気抵抗と、電流が作る磁場は無視する。レールの上に質量  $m$  のまっすぐな導体棒を置く。導体棒は2本のレールと垂直を保ったままレール上をすべることができる。空気抵抗や、導体棒とレールの間に生じる摩擦は無視する。図3のように、導体棒の中央に軽い糸の一端を取り付け、斜面の頂上部で固定された十分軽くなめらかに動く定滑車を介して、他端を床に置かれた質量  $m$  のおもりにつなぐ。糸は、たるむことなく、導体棒と滑車の間では常にレールと平行に保たれる。導体棒が斜面の端に到達したり、おもりが滑車に衝突したりすることはない。鉛直下向きの重力加速度の大きさを  $g$  とする。

初期状態では、おもりは床面に接し、導体棒は静止し、スイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  がともに開いていて、コンデンサーに電荷は蓄えられていないものとする。

(1) 初期状態から、スイッチ  $S_1$  だけを閉じる。その直後、導体棒を流れる電流が磁場から受ける力の大きさは (ア) である。磁束密度の大きさ  $B$  が (イ) より大きいとき、導体棒は斜面の下方に向けてすべり出す。すべり落ちる導体棒の速さが  $v$  になったときに導体棒を流れる電流は、図3の紙面の裏側から表側への向きを正として、(ウ) である。十分に時間がたつと、導体棒の速さは  $\frac{1}{BL} \times$  (エ) で一定となり、抵抗器で単位時間あたりに発生するジュール熱は (オ) となる。

(2) 磁束密度の大きさ  $B$  が (イ) より大きいとき、初期状態からスイッチ  $S_1$  と  $S_2$  を同時に閉じた場合でも、導体棒は斜面の下方に向けてすべり出した。すべり落ちる導体棒の速さが  $u$  になったときにスイッチ  $S_1$  を開いた。スイッチ  $S_1$  を開いた直後、図2のコンデンサーの左側（端子 X 側）の極板に蓄えられている電気量は (カ) である。静電気エネルギーと力学的エネルギーの和が保存することから、おもりは、スイッチ  $S_1$  を開いたときの位置から鉛直上向きに (キ) の距離だけ上昇して速さが0になることがわかる。その後、おもりは鉛直下向きに動き、やがて床面に達した。スイッチ  $S_1$  を開いたときからおもりが床面に達するまでの間、導体棒は等加速度運動をし、導体棒に流れる電流は一定となった。このときの電流の大きさは、導体棒の加速度の大きさと (ク) の積である。

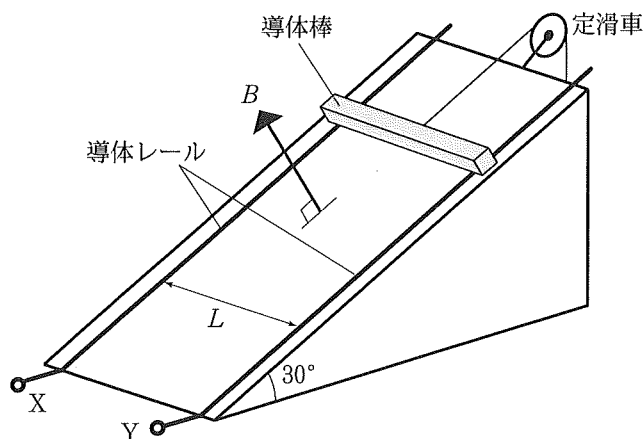


図1

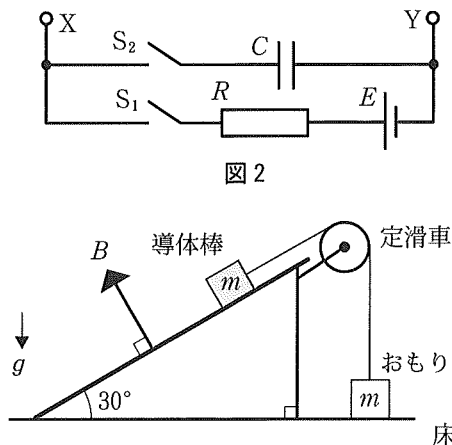


図3

3. 以下の文章中の  $\boxed{\text{(ア)}}$  ～  $\boxed{\text{(ク)}}$  に適切な式, または数値を記入しなさい。必要な場合は,  $r > 0, s > 0$  のとき, 実数  $t$  と  $u$  に対して,  $r^t r^u = r^{t+u}$ ,  $(r^t)^u = r^{tu}$ ,  $(rs)^t = r^t s^t$  であることを用いなさい。

図のような装置を考える。シリンダーおよびピストンは断熱材でできており, シリンダーの位置は固定されている。左のピストンの断面積は, 右のピストンの断面積の3倍である。左のシリンダーには1つの部屋aがある。右のシリンダーには, 固定された仕切り壁によって分けられた部屋bと部屋cがある。3つの部屋いずれにも単原子分子からなる理想気体が封入されており, 部屋aの気体温度は加熱冷却器により調節可能である。外気圧は一定値  $p_0$  に保たれている。左右のシリンダーのピストンは剛体棒で連結され, それらが動くときのピストンとシリンダーの間の摩擦は考えなくてよい。気体が各部屋からもれ出すことはない。重力の影響は考えない。気体定数を  $R$  とする。

部屋bには1モルの気体がある。はじめの状態(状態1)では, ピストンは静止していて, 部屋bの気体温度(絶対温度)と体積はそれぞれ  $T_1$  および  $V_1$  であった。

(1) 右のシリンダーの内部の仕切り壁が断熱材でできているとする。状態1からはじめて, 部屋aの気体温度を調節することで, 連結された2つのピストンがゆっくりと動き, 部屋bの体積が  $k^3 V_1$  (ただし,  $0 < k < 1$ ) になった(状態2)。

状態1から状態2への変化の途中で, 部屋bの気体温度と体積がそれぞれ  $T$  と  $V$  であるとき, その気体圧力は  $\boxed{\text{(ア)}}$  である。この状態から部屋bの気体温度と体積が  $\Delta T$  および  $\Delta V$  だけ微小に変化するとき, 部屋bの気体は  $\boxed{\text{(ア)}} \times \Delta V$  の仕事をすると考えてよい。この仕事と部屋bの気体の内部エネルギーの変化量の関係を考えることで,  $\frac{\Delta T}{T} + \boxed{\text{(イ)}} \times \frac{\Delta V}{V} = 0$  という関係式①を得る。一般に, 正の変数  $x, y$ , および定数  $\mu$  に対して,  $x$  と  $y$  それぞれの十分微小な変化  $\Delta x$  と  $\Delta y$  が  $\frac{\Delta x}{x} + \frac{\mu \Delta y}{y} = 0$  を常に満たすならば, 任意の  $x$  と  $y$  の変化に対して  $xy^\mu$  が常に一定である。したがって, 関係式①から, 部屋bの気体のゆっくりとした断熱変化における温度と体積の関係を得て, ポアソンの法則を導くことができる。それによれば, 部屋bの気体圧力は, 状態1から状態2までの変化で  $\boxed{\text{(ウ)}}$  倍となる。ピストンにかかる力のつり合いを考えることで, 状態2での部屋aの気体圧力は  $\boxed{\text{(エ)}}$  とわかる。また, 状態1から状態2までの部屋bの気体の内部エネルギーの変化量は  $\boxed{\text{(オ)}}$  である。

状態1から状態2までの間に外気がした仕事を考慮すると, 部屋aの気体が加熱冷却器から受け取った熱量は, 部屋aおよび部屋bの気体の内部エネルギーの変化量と  $\boxed{\text{(カ)}}$  の総和になることがわかる。

(2) 次に, 右のシリンダーの内部の仕切り壁が熱をよく伝えるとする。部屋cには,  $n$  モルの気体があり, その温度は部屋bの気体温度と常に等しいとする。再び, 状態1からはじめ, 部屋aの気体温度を調節することで, 連結された2つのピストンがゆっくりと動き, 部屋bの体積が  $k^3 V_1$  (ただし,  $0 < k < 1$ ) になった(状態3)。この変化の途中で, 部屋bの気体温度と体積が  $T$  と  $V$  から  $\Delta T$  と  $\Delta V$  だけ微小に変化するときには, 関係式①と異なり  $\frac{\Delta T}{T} + \boxed{\text{(キ)}} \times \frac{\Delta V}{V} = 0$  を得る。 $n = 1$  の場合, 状態1から状態3までの変化で, 部屋bの気体圧力は  $\boxed{\text{(ク)}}$  倍になる。

